Tomasz Kozdra 2C 27.05.2024

Doświadczenie - Wyznaczanie wartości przyśpieszenia ziemskiego przy użyciu wahadła matematycznego

1. Cel doświadczenia:

Wyznaczenie wartości przyśpieszenia grawitacyjnego, na powierzchni Ziemi, korzystając z ręcznie wykonanego wahadła matematycznego.

2. Wstęp Teoretyczny:

Wahadłem matematycznym nazywamy ciało o masie m - punkt materialny, zawieszone na nieważkiej i nierozciągliwej nici o długości l, umieszczone w polu grawitacyjnym. W rzeczywistości (ze względu na trudność uzyskania takich skrajnych warunków) zakładamy jednak, że takim wahadłem jest także ciało, którego wymiary są znacząco mniejsze od długości nici. Wahadło matematyczne, dla małych kątów wychyleń, porusza się ruchem harmonicznym. Okres drgań T, takiego wahadła, jesteśmy w stanie obliczyć ze wzoru:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Podnosimy równanie obustronnie do kwadratu:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 l}{g}$$

Wyznaczamy wzór na przyśpieszenie grawitacyjne:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

3. Potrzebne przyrządy i materiały:

- Cienki sznurek, najlepiej nierozciągliwa nitka.
- Niewielki odważnik, w moim przypadku stworzony z monet oraz foli aluminiowej. (patrz *Rys. 1, 2 i 3*)
- Stojak, na którym będzie można zamocować nitkę wraz z obciążnikiem.
- Narzędzia pomiarowe; metrówka i stoper.

Rys. 1, 2 i 3. *(Etapy tworzenia odważnika z monet)*

4. Opis przebiegu doświadczenia:

a) Tworzymy wahadło matematyczne z przygotowanych wcześniej materiałów. W moim wypadku jako stojak, do którego mocowana była nitka, została użyta lampa.

Rys. 4 *(Przygotowane wahadło matematyczne)*

b) Mierzymy długość nici (od punktu zawieszenia do około połowy wysokości ciężarka), zapisujemy wartość.

c) Odchylamy wahadło o kąt nie większy od 7°; maksymalne odchylenie możemy obliczyć za pomocą wzoru:

$$tg\ 7° \cdot długość\ wahadła = odchylenie$$

d) Puszczamy i mierzymy czas dla dziesięciu wahnięć (t). Obliczamy i zapisujemy okres drgań ze wzoru:

$$T_i = \frac{t}{n}$$

Gdzie:

n - liczba pełnych drgań, t - czas dziesięciu drgań

e) Obliczamy ΔT_i^2 ze wzoru:

$$\Delta T_i^2 = 2T_i \cdot \Delta T$$

Gdzie:

T_i - okres drgań, ΔT - błąd pomiarowy związany z odliczaniem czasu stoperem*

**przyjmujemy, że* ΔT = $0{,}04s$

f) Powtarzamy proces dla ośmiu różnych długości wahadła (najłatwiej jest za każdym razem skracać długość nici).

g) Wypełniamy tabelkę obliczonymi danymi:

Lp.	$l_i(m)$	$\Delta l_i\ (m)$	$T_i\ (s)$	${T_i}^2\ (s^2)$	$\Delta T\ (s)$	$\Delta T_i^2\ (s^2)$
1.	1,10	0,01	2,099	4,4060	0,04	0,1679
2.	0,93		1,930	3,7249		0,1544
3.	0,78		1,764	3,1117		0,1411
4.	0,69		1,660	2,7556		0,1328
5.	0,59		1,540	2,3716		0,1232
6.	0,42		1,302	1,6952		0,1042
7.	0,29		1,072	1,1492		0,0858
8.	0,21		0,910	0,8281		0,0728

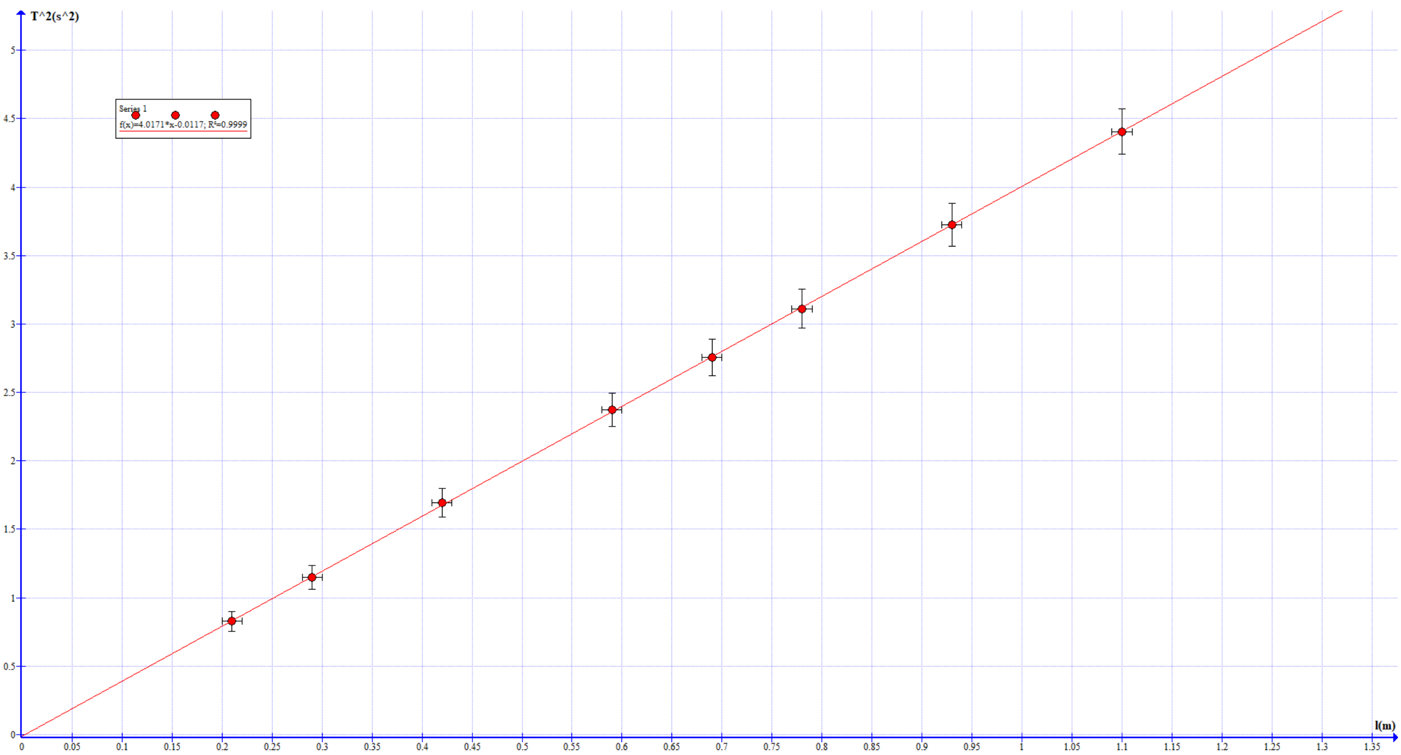
Tabelka z wprowadzonymi danymi z ośmiu kolejnych powtórzeń

Gdzie:

l_i - kolejne długości wahadła, Δl_i błąd pomiarowy długości, T_i - okres drgań, ΔT - błąd pomiarowy okresu drgań wahadła.

5. Wyniki końcowe:

a) Tworzymy wykres zależności $T_i^2(l)$. Uwzględniając Δl_i oraz ΔT_i^2, jako błędy pomiarowe:



b) Zauważamy, że jest to wykres funkcji liniowej; $y = ax + b$.

c) W powyższym wykresie: $y = 4{,}0171 \cdot x - 0.0117$

d) Wartość b możemy nie brać pod uwagę, ponieważ jest pomijalnie małe. Odczytujemy współczynnik kierunkowy prostej z programu bądź obliczając go ze wzoru:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

e) Teraz możemy wyliczyć wartość g_d korzystając ze wzoru:

$$g_d = \frac{4\pi^2}{a} = \frac{4\pi^2}{4{,}0171} \approx 9.828 \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

f) Wybieramy punkt z prostej najlepszego dopasowania i szacujemy niepewność pomiaru, przy użyciu wzoru:

$$\Delta g = g_d \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{2\Delta T}{T}\right)$$

Gdzie:

l - długość wahadła wybrana z wykresu, T - okres wyczytany z wykresu (dla wcześniej wybranej długości wahadła)

(Najlepiej wybrać takie wartości, które jest nam najłatwiej odczytać z naszego wykresu)

g) Końcowy wynik zapisujemy w poniższej postaci:

$$g = (g_d \pm \Delta g) = (9{,}828 \pm 0{,}295)\frac{m}{s^2}$$

6. Wnioski:

a) Wartość obliczonego przyśpieszenia ziemskiego: $g = (9{,}828 \pm 0{,}295)\frac{m}{s^2}$ (w zakresie błędu), jest zbliżona do tabelarycznej wartości: $g = 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$.

b) Negatywny wpływ na zakres błędu miał przede wszystkim ludzki czas reakcji (powodujący niedokładny pomiar czasu drgań wahadła) oraz niedokładność pomiarów jego długości.

c) Ważnym czynnikiem wpływającym na obliczenia były także opory ruchu, które powodowały drobne odchylenia od teoretycznych wyników.

d) Aby zmniejszyć niepewności pomiarowe, trzeba byłoby skorzystać z dokładniejszych narzędzi pomiarowych oraz skonstruować bardziej "idealne" wahadło matematyczne, np.: takie, które posiada stabilniejsze zawieszenie od użytej powyżej lampy. Moglibyśmy też postarać się użyć cięższego ciężarka oraz posiadającego bardziej aerodynamicznych kształty.